

TD1

La récursivité

Exercice 1

Écrire une fonction récursive nommée **Produit** qui à partir de deux entiers positifs n et p calcule le produit $n * p$ en utilisant les additions.

Exercice 2

Écrire une fonction récursive nommée **EstPuissance** (x : entier, y : entier) qui permet de vérifier si x est une puissance de y, avec x, y sont deux entiers positifs.

Exercice 3

Écrire une fonction récursive nommée **Exponentielle** qui calcule a^b en exploitant la définition récursive suivante :

$$\begin{aligned} a^b &= 1 && \text{si } b=0 \\ a^b &= (a*a)^{b/2} && \text{si } b \text{ est pair} \\ a^b &= (a*a)^{b/2} * a && \text{si } b \text{ est impair} \end{aligned}$$

Avec a et b sont des entiers positifs.

Exercice 4

Écrire une fonction Récursive nommée **Somme** qui calcule la somme suivante :

$$S = 1/a - 2/b^2 + 3/a^3 - 4/b^4 \dots + N/a^N \quad \text{si } n \text{ est impair}$$

$$S = 1/a - 2/b^2 + 3/a^3 - 4/b^4 \dots - N/b^N \quad \text{si } n \text{ est pair}$$

Avec a, b et N des entiers > 1.

Exercice 5

Ecrire une procédure Récursive nommée **Division** qui permet de calculer le résultat et le reste de la division entière de deux entiers x et y > 0 en utilisant la méthode des soustractions

Exercice 6

Ecrire une fonction récursive nommée **MIN** qui permet de calculer le minimum d'un tableau.

Exercice 7

Ecrire une fonction récursive nommée **EcartMin** qui permet de calculer l'élément du tableau le plus proche d'un entier x.

Exercice 8

Écrire une procédure nommée *Pyramide* (n : entier, s : chaîne) qui écrit sur la première ligne 1 fois la chaîne s , sur la deuxième ligne 2 fois la chaîne s , et ainsi de suite jusqu'à la dernière ligne, où il y aura n fois la chaîne s . Ainsi *Pyramide* (5, "bla") donnera :

```
bla
blabla
blablabla
blablablabla
blablablablabla
```

Exercice 9

On donne la relation de récurrence suivante :

$$A_n = A_{n-1} + B_n \text{ pour } i > 1$$

$$B_n = B_{n-1} + 2$$

$$A_1 = B_1 = 1 \text{ pour } i=1$$

*On peut vérifier que $A_n = n^2$

- 1- Écrire la fonction récursive **B** basée sur la relation de récurrence B.
- 2- Calculer B (4) en soulignant les 2 étapes de récursivité.
- 3- Écrire la fonction récursive **Carré** pour calculer le carré d'un entier n .

Exercice 10

$$C_n^p = \frac{n!}{(n-p)! * p!} = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$$

- 1- Trouver les différents cas de base et donner une formule conditionnelle de C_n^p
- 2- Proposer une fonction récursive pour le calcul de C_n^p

Exercice 11

On suppose l'existence des fonctions suivantes sur les chaînes de caractères :

- **Longueur (chaîne) : entier**
//C'est une fonction qui retourne la longueur d'une chaîne.
- **FinChaine (chaîne) : chaîne**
//C'est une fonction qui retourne la chaîne privée de son premier caractère.

Ecrire les fonctions récursives suivantes :

- **Fonction Miroir (ch : chaîne) : chaîne** est une fonction qui retourne l'inverse de la chaîne.
- **Fonction Contigus (ch : chaîne) : booléen** retourne vrai s'il existe dans la chaîne ch deux caractères identiques contigus, et faux sinon.

Exercice 12

Une chaîne est dite **palindrome** si elle se lit de la même façon de gauche ou de droite.

Une chaîne vide ou une chaîne composée d'un seul caractère est une chaîne palindrome.

Exemple « RADAR »

On dispose des fonctions prédéfinies suivantes :

- **PremierCaractère (chaîne) :** retourne le premier caractère.
 - **DernierCaractère (chaîne) :** retourne le dernier caractère.
 - **InterChaîne (chaîne) :** retourne la chaîne initiale privée de son premier et son dernier caractère.
 - **Longueur (chaîne) :** retourne la longueur de la chaîne.
- 1- Ecrire une fonction récursive **palindrome** qui teste si une chaîne est palindrome ou non, en utilisant les fonctions déjà citées.
 - 2- Donner **une version itérative** de la fonction palindrome.

Exercice 13

Soit T un tableau de dimension N trié par **ordre croissant**. On se propose de chercher la position d'un entier X dans ce tableau.

La **recherche dichotomique** repose sur le fait de diviser le tableau en 2.

- Si X est strictement supérieur à l'élément de milieu, alors la recherche se poursuit dans la 2^{ème} partie de tableau.
 - Si X est strictement inférieur à l'élément de milieu, alors la recherche se poursuit dans la 1^{ère} partie de tableau.
 - Si X = l'élément de milieu alors la position est retournée.
- 1- Ecrire la procédure récursive **Recherche_dicho** qui permet de rechercher un élément dans un tableau d'une façon dichotomique.
 - 2- Donner la version itérative de la même procédure.