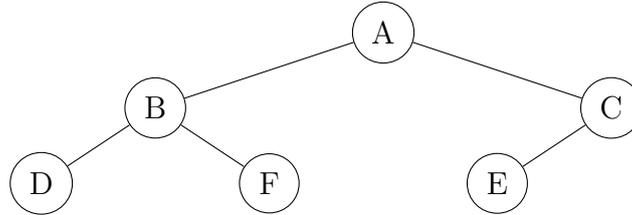


Chapitre 3: Structures hiérarchiques (les arbres)

Un arbre est une structure de données représentant un ensemble de valeurs organisées hiérarchiquement (non linéaire). Chaque valeur est stockée dans un noeud. Les noeuds sont connectés entre eux par des arêtes qui représentent des relations parents/fils. (Schéma qui explique les noeuds et les arêtes).

Exemple



Chaque noeud possède un nombre de fils.

- B est le *fils* de A;
- C est le *fils* de A;
- A est le *père* de B et de C.

1 Terminologie

- **Racine** Noeud qui n'a pas de père (**Exple.** A);
- **Feuille (Noeud externe)** Noeud qui n'a pas de fils (**Exple.** D, F et E);
- **Frère** Noeuds qui ont le même père (**Exple.** B et C);
- **Taille d'un arbre** Nombre de noeud de cet arbre (**Exple.** taille = 6);
- **Degré d'un noeud** Nombre de fils de ce noeud (**Exple.** degré A = 2);
- **Degré d'un arbre** Degré maximum atteint par les noeuds de cet arbre (**Exple.** Degré l'arbre = 2);
- **Hauteur, profondeur ou niveau d'un noeud** Nombre d'arêtes entre le noeud et la racine (**Exple.** Niveau A = 0, Niveau D = 2). Mathématiquement on peut l'exprimer comme suit:

Soit A un arbre et x un noeud de l'arbre A . La hauteur du noeud x est:

$$H(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \text{ est la racine de } A \\ 1 + H(y), & \text{sinon } (y \text{ est le père de } x) \end{cases}$$

- **Hauteur/Profondeur d'un arbre** Hauteur maximale de ses noeuds. Soit A un arbre, la hauteur H de l'arbre A est comme suit:

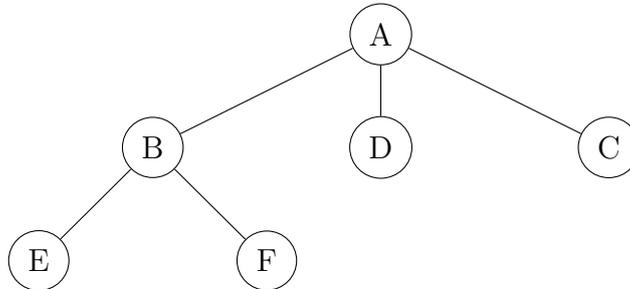
$$H(A) = \max\{H(x), x \text{ noeud de } A\}$$

2 Arbre n -aire et arbre binaire

2.1 Arbre n -aire

Est un arbre pour lequel chaque noeud admet au plus n fils. Ces arbres sont en général peu utilisés.

Exemple (Arbre 3-aire)



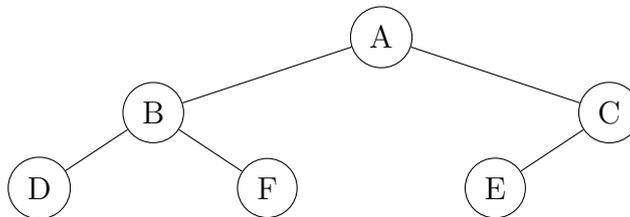
2.2 Arbre binaire

Lorsque $n = 2$ l'arbre est dit binaire. Chaque noeud admet au plus deux fils, nous parlons alors de *fils gauche* et *fils droit*.

3 Arbre binaire

3.1 Représentation parenthésée d'un arbre binaire

Exemple



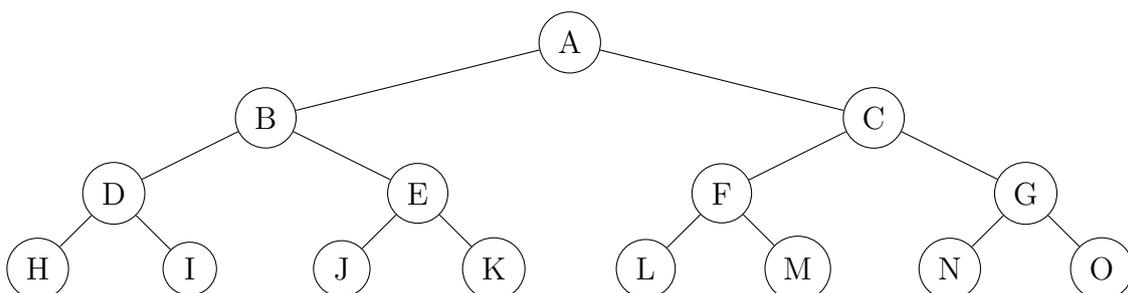
$A(B(D, F), C(E,))$ ou $A(B(D, F), C(E, \emptyset))$

3.2 Arbres binaires particuliers

3.2.1 Arbre binaire complet

Chaque noeud autre qu'une feuille admet deux fils et si toutes les feuilles sont au même niveau.

Exemple

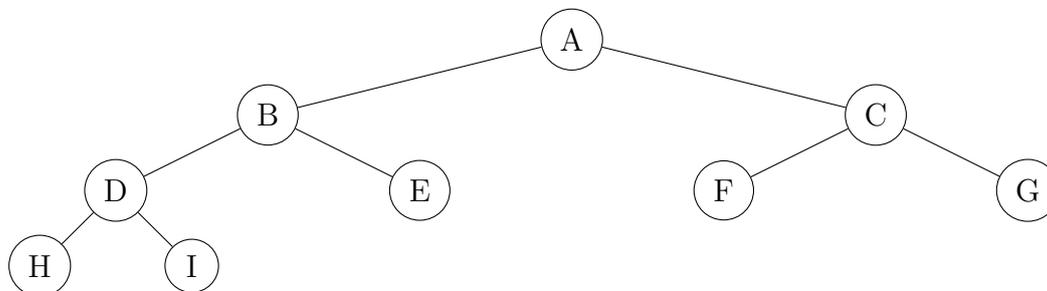


Question Quelle la taille d'un arbre binaire complet de hauteur h ?

3.2.2 Arbre binaire localement complet

Chaque noeud possède soit 0 soit 2 fils.

Exemple



3.2.3 Arbre binaire dégénéré ou filiforme

Tous les noeuds de l'arbre ont au plus un seul fils (gauche ou bien droit).

Exemple

