Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2017/2018
2ième année licence – Informatique
module : Logique Mathématique

Examen de Rattrapage

Le : 12/04/2018 – Durée 1h 30mn

Exercice 1 : (*8 pts*)

Soient les variables propositionnelles p, q, r et s désignant respectivement les phrases :

p : « je pars » ; q : « tu restes » ; r : « il n'y a personne » et s : « il y a des choses à faire ».

1) Formaliser dans le langage du calcul propositionnel les phrases suivantes :

A : « Si je pars et si tu ne restes pas alors il n'y a personne », ***(1 pt)***

B : « Si je ne pars pas ou si tu restes alors il y a quelqu'un », ***(1 pt)***

C : « S'il y a quelqu'un alors il y a des choses à faire », ***(1 pt)***

D : « S'il n'y a rien à faire alors je pars et tu ne restes pas ». ***(1 pt)***

2) A et B sont-elles équivalentes ? ***(2 pts)***

3) Par la méthode de calcul algébrique, montrer que : $B, C \vDash D$. ***(2 pts)***

Exercice 2 : (*6 pts*)

1) Élaborer une déduction pour montrer que la formule F1 suivante est un théorème : ***(2 pts)***

$F1 \equiv ((\neg A \to \neg A) \to A) \to ((A \to B) \to \neg(A \to \neg A))$.

2) Soit CPF' le calcul propositionnel formel obtenu à partir de CPF en remplaçant l'axiome Ax3 par l'axiome : $(\neg B \to \neg A) \to ((\neg B \to A) \to B)$ (Ax3')

Élaborer une démonstration pour montrer que la formule F2 est un théorème dans CPF' : ***(2 pts)***

$F2 \equiv \neg A \to (A \to B)$ (*on pourra utiliser les règles de l'exercice 10 de la série 2 sans avoir à les redémontrer*).

3) Soit CPF'' l'extension de CPF obtenue en ajoutant la formule :

$(\neg A \to B) \to (A \to \neg B)$ (Ax4)

comme quatrième axiome.

Montrer que CPF'' est inconsistant. ***(2 pts)***

Exercice 3 : (*4 pts*)

Montrer, à l'aide de la résolution propositionnelle, que la formule $G = p \to (q \to s)$ est une conséquence logique de la formule $F = (\neg p \wedge (r \to s)) \vee ((q \to r) \wedge (\neg s \to \neg r))$.

Exercice 4 : (*2 pts*)

Traduire la phrase suivante en formule du calcul des prédicats : « un entier x est premier si et seulement si il n'a de diviseurs que 1 et lui-même » (cas particulier : 0 et 1 ne sont pas premiers).

On pourra utiliser les prédicats : P(x) : x premier ; E(x) : x entier ; M(x,y) : x est multiple de y.

Bon courage !