



N° d'inscription : 1920 33028326

Nom : Chelbeb

Prénom : Mohamed Islam

Date de naissance : 10/11/2001

Lieu de naissance : Berrisa

Département : Informatique

Groupe : 2

Date : 20/01/2022 Année Universitaire : 2021/2022

Module : Méthode numérique

Semestre : 3

Session :

Note :

16,00
20

Observation :

Exo 1:

la factorisation (LU) de la matrice A:

$$\begin{pmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & U_{12} & U_{13} \\ 0 & 1 & U_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 4 & 5 & -3 \\ -2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

4

$$l_{11} \times 1 + 0 + 0 = 2 \Rightarrow l_{11} = 2$$

$$l_{11} \times U_{12} + 0 + 0 = 1 \Rightarrow U_{12} = \frac{1}{2}$$

$$l_{21} \times 1 + 0 + 0 = 4 \Rightarrow l_{21} = 4$$

$$l_{31} \times 1 + 0 + 0 = -2 \Rightarrow l_{31} = -2$$

$$l_{31} U_{12} + l_{32} + 0 = 5 \Rightarrow l_{32} = 6$$

$$l_{11} U_{13} + 0 + 0 = -2 \Rightarrow U_{13} = -1$$

$$l_{21} U_{13} + l_{22} U_{23} + 0 = -3 \Rightarrow U_{23} = \frac{1}{3}$$

$$l_{31} U_{13} + l_{32} U_{23} + l_{33} = -5 \Rightarrow l_{33} = -3$$

$$\text{d'où } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 6 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{avec } L = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 6 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } U = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Resoudre le système :

$$\text{on pose } Z = UX \Rightarrow Ax = y \Leftrightarrow LZ = y$$

$$\text{donc on résout : } \begin{cases} LZ = y \dots \textcircled{1} \\ UX = Z \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

de $\textcircled{1}$ on a :

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 6 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2z_0 = 1 \Rightarrow z_0 = \frac{1}{2} \\ 4z_0 + 3z_1 = 2 \Rightarrow z_1 = 0 \\ -2z_0 + 6z_1 - z_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{donc } z = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

de $\textcircled{2}$ on a :

sub arrière

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = -3 \\ x_1 = 1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$$

$$\text{d'où } X = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Exo 0.1

12

3/ $A^2 x = y$

$$\underbrace{A A x = y}_T \Rightarrow \begin{cases} AT = y & \text{--- (1)} \\ Ax = T & \text{--- (2)} \end{cases}$$

(1) $\rightarrow T = (-3 \ 1 \ -3)^t$ selon θ_2

(2) $\rightarrow Ax = T$, on a $A = LU \Rightarrow LUx = T$
 $\Rightarrow \begin{cases} Lz = T & \text{--- (4)} \\ Ux = z & \text{--- (5)} \end{cases}$

(4) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow z = \begin{pmatrix} -3/2 \\ 7/3 \\ 20 \end{pmatrix}$

(5) $Ux = z$ $\begin{pmatrix} 1 & 4/2 & 1 \\ 0 & 1 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 \\ 7/3 \\ 20 \end{pmatrix}$
 $\Rightarrow x = \begin{pmatrix} -11/6 \\ -13/3 \\ 20 \end{pmatrix}$

Exo (02)

$$\begin{pmatrix} 10 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 8 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 8 & -1 \\ 1 & 4 & 2 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$x_0 = (10 - x_1 + x_2 - 3x_3) / 10$$

$$\rightarrow x_1 = (11 - 2x_0 - x_2 + x_3) / 8$$

$$x_2 = (12 - 3x_0 - 2x_1 + x_3) / 8$$

$$x_3 = (13 - x_0 - 4x_1 - 2x_2) / 10$$

	A	B	C	D	E
2					
3		x0	x1	x2	x3
4	it0	0	0	0	0
5	it1	1	1,125	0,84375	0,58125
6	it2	0,7975	1,1428125	0,987890625	0,565546875
7	it3	0,81484375	1,118496094	0,98550293	0,574016602
8	it4	0,814495703	1,119940283	0,986331116	0,573308093
9	it5	0,814646655	1,119710458	0,986243401	0,573402471
10	it6	0,814632553	1,119736745	0,986253915	0,573391264
11	it7	0,814634338	1,119733584	0,986252635	0,573392606

Après 7 itérations, la solution converge vers

$$x = \begin{pmatrix} 0,815 \\ 1,120 \\ 0,986 \\ 0,573 \end{pmatrix}$$

Exo (3):

// Pivot 2^{ème} ligne à 2

for i in range(1,4):

$$\Leftrightarrow A[1,i] = A[i,i] / A[1,1]$$

$$Y[1] = Y[1] / A[1,1]$$

// Au dessus du Pivot à 0

$$A[2,j] = A[2,j] - A[2,1] * A[1,j]$$

$$Y[2] = Y[2] - A[2,1] * Y[1]$$

$$A[3,j] = A[3,j] - A[3,1] * A[1,j]$$

$$Y[3] = Y[3] - A[3,1] * Y[1]$$