Corrigé Type - Exam MN

Exo 01 :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix}$$

1/ Méthode de Gauss :

$$\xrightarrow[L_3 - 2L_1]{L_2 - 3L_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & -8 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -12 \\ -4 \end{pmatrix}$$

2,5

$$\xrightarrow[L_3/-4]{L_2/-4} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Par substitution arrière

2,5

$\boxed{x_3 = 1}$

$x_2 + 2x_3 = 3 \longrightarrow \boxed{x_2 = 1}$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \longrightarrow \boxed{x_1 = 2}$

$$x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exo 2 Facto LU :

Soit $Ax = Y$, $A = LU \Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} \\ 0 & 1 & u_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$\boxed{l_{11} = 1}$, $\boxed{l_{21} = 3}$, $\boxed{l_{31} = 2}$

$l_{11} u_{12} = 2 \longrightarrow \boxed{u_{12} = 2}$

$l_{21} u_{12} + l_{22} = 2 \longrightarrow \boxed{l_{22} = -4}$

$l_{11} u_{13} = 3 \longrightarrow \boxed{u_{13} = 3}$

$l_{21} u_{13} + l_{22} u_{23} + 0 = 1 \longrightarrow \boxed{u_{23} = 2}$

$l_{13} u_{12} + l_{32} = 4 \longrightarrow \boxed{l_{32} = 0}$

$l_{31} u_{13} + l_{32} u_{23} + l_{33} = 2 \longrightarrow l_3 = -4$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix} , \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5

3/ Méthode de Jacobi

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix}$$

1

$x_1 = 7 - 2x_2 - 3x_3$

$x_2 = (9 - 3x_1 - x_3)/2$

$x_3 = (10 - 2x_1 - 4x_2)/2$

	x_1	x_2	x_3
0	0	0	0
1	7	4,5	5
2	-17,0	-8,5	-11
3	57	35.5	39
4	-181	-150.5	-123
5	577	337.5	387

1/4

1

1

1 Rmq :

Rmq: le système diverge (ne converge pas vers une solution unique.

Exo 02 : /15 pour le Tp et /5 pour l’examen, le barème est pour le test.

```
""" Déclarations 1pt """
import numpy as np
n=int(input("Entrer l'ordre de la matrice : "))
a=np.ones((n,n))

""" Lire la matrice a :1pt """
print ("entrer les éléments de la matrice a : ")
for i in range (n):
    for j in range (n):
        a[i,j]=
int(input("a["+str(i)+","+str(j)+"]: "))
""" Lire le tableau y : 1pt """
y=np.ones(n)
print ("entrer les éléments du tableau y : ")
for i in range (n):
    y[i]= int(input("y["+str(i)+"]: "))

""" Diagonale 1 : 2pt """
for i in range (n):
     a[i,i]= 1

""" Au-dessus diagonale 0 : 2pt """
for i in range (n):
    for j in range (n):
        if (i<j): a[i,j]= 0

""" Afficher a sous forme matricielle: 1pt """
for i in range (n):
    print()
    for j in range (n):
         print (a[i,j], end = " ")
```

```
""" Solution du système: 5pt """
x=np.ones(n)
s=0
for i in range (n):
    s=0
    for j in range (i):
        s=s+x[j]*a[i,j]
    x[i]=y[i]-s

""" Afficher x: 1pt """
for i in range (n):
    print("x”,i,”=”, x[i])

""" Vérification: 1pt """
sol==np.linalg.solve(a,y)
for i in range (n):    print(sol)
```