

Math-H-404-Recherche opérationnelle

Séance 5 : Programme dual et algorithme dual simplexe

Exercice 1

Ecrire et résoudre le programme dual du PL suivant :

$$\begin{array}{rcll}
 \max & x_1 & - & x_2 \\
 \text{scq} & 2x_1 & - & x_2 \leq 3 \\
 & x_1 & & \leq 1 \\
 & -x_1 & + & x_2 \leq 3 \\
 & -3x_1 & + & 7x_2 \leq 1 \\
 & & & x_j \geq 0 \quad \forall j = 1, 2
 \end{array}$$

Réponse : solution optimale : $(y_1, \dots, y_4) = (0, 1, 0, 0)$ de valeur $w = 1$.

Exercice 2

Ecrire le programme linéaire dual de l'exercice 2 de la séance 4 et le résoudre.

Réponse : solution optimale : $(y_1, y_2, y_3) = (200, 0, 150)$ de valeur $w = 2750000$

Exercice 3

Résoudre le programme linéaire suivant par l'algorithme dual simplexe :

$$\begin{array}{rcll}
 \min & x_1 & + & 2x_2 \\
 \text{scq} & 4x_1 & + & 3x_2 \geq 12 \\
 & 6x_1 & + & x_2 \geq 6 \\
 & 2x_1 & + & 5x_2 \geq 9 \\
 & & & x_j \geq 0 \quad \forall j = 1, 2
 \end{array}$$

Réponse : solution optimale : $(x_1, x_2) = (\frac{33}{14}, \frac{6}{7})$ de valeur $w = \frac{57}{14}$

Exercice 4

Soit le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{rcll}
 \max & 2x_1 & + & 2x_2 \\
 \text{scq} & x_1 & - & x_2 \leq 1 \\
 & -x_1 & + & 2x_2 + x_3 \leq 1 \\
 & x_1 & + & x_2 + x_3 \geq -1 \\
 & & & x_j \geq 0 \quad \forall j = 1, 2, 3
 \end{array}$$

1. Ecrire le dual de ce programme linéaire.

2. Rechercher une solution optimale de ce dual en utilisant l'algorithme dual simplexe.
3. En déduire une solution optimale du primal

Réponse : solution optimale : $(y_1, y_2, y_3) = (6, 4, 0)$ de valeur $w = 10$ et $(x_1, x_2, x_3) = (3, 2, 0)$ de valeur $z = 10$