

Exercice 1 :

Une urne contient 8 jetons blancs, 12 noirs, 18 jaunes et 23 rouges . On tire un jeton. Quelle est la probabilité qu'il soit :
 blanc ? noir ? jaune ? rouge ? blanc ou noir ? jaune ou rouge ? blanc, noir ou jaune ?

Exercice 2 :

Une classe est constituée par 14 garçons et 12 filles. Une délégation de deux personnes est élue. Quelle est la probabilité d'élire :

1. Deux garçons ?
2. Deux filles ?
3. Une fille et un garçons ?

Exercice 3 :

Une urne contient 6 boules rouges, 4 blanches et 8noires. On tire, sans remise, trois de ces boules. Calculer la probabilité que :

1. Les trois boules tirées soient rouges.
2. Les trois boules tirées soient noires.
3. Deux boules soient rouges et une blanche.
4. Une boule soit rouge, une blanche et une noire.
5. Au moins une soit blanche.
6. Les boules soient tirées dans l'ordre : rouge, noir, blanche.

Exercice 4 :

Dans une population 40% des individus ont les yeux bruns, 25% des individus ont les cheveux blonds, 15% des individus ont les yeux bruns et les cheveux blonds.

On choisit un individu au hasard. Calculer :

- (a) La probabilité de l'événement : si un individu a les yeux bruns d'avoir les cheveux blonds.
- (b) La probabilité de l'événement : si un individu a les cheveux blonds d'avoir les yeux bruns.
- (c) La probabilité de l'événement : si un individu a les cheveux blonds, de ne pas avoir les yeux bruns.

Exercice 5 :

Une urne A contient 5 boules rouges; 3 boules noires et 8 boules vertes. Une urne B contient 3 boules rouges et 5 boules noires. On jette un dé bien équilibré. Si c'est le 3 ou le 6 qui apparaissent on tire une boule de l'urne B sinon on tire une boule de l'urne A.

$B \rightarrow \frac{2}{6} \quad A \rightarrow \frac{4}{6}$

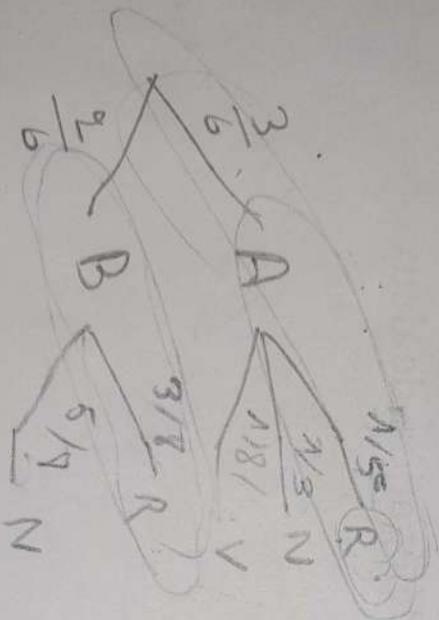
1) Calculer la probabilité que l'on tire

- a- une boule rouge ? $P(R) = P(A) \times P(A \cap R) + P(B) \times P(B \cap R) = \frac{4}{6} \times \frac{5}{16} + \frac{2}{6} \times \frac{3}{8}$
- b- une boule noire ? $P(N) = P(A) \times P(A \cap N) + P(B) \times P(B \cap N) = \frac{4}{6} \times \frac{3}{16} + \frac{2}{6} \times \frac{5}{8}$
- c- une boule verte ? $P(V) = P(A) \times P(A \cap V) + P(B) \times P(B \cap V) = \frac{4}{6} \times \frac{8}{16} + \frac{2}{6} \times 0$

- 2) Si c'est une boule rouge qui a été tirée, quelle est la probabilité pour qu'elle provienne de l'urne A ?
- 3) Si c'est une boule noire qui a été tirée, quelle est la probabilité pour que le dé ait donné le chiffre 5 ?

Exercice 6:

Montrer que $(\Omega, \mathcal{A}, P_A(\cdot))$ est un espace de probabilité où $A \in \mathcal{A}$. Sachant que (Ω, \mathcal{A}, P) est un espace de probabilité.



$$P(R|A) = \frac{P(R \cap A)}{P(A)} = \frac{P(R) + P(A)}{P(R)} = \frac{1/6 + 3}{3} = \frac{19}{6}$$

$$P(A|A) = \frac{P(A \cap R)}{P(A)} = \frac{P(A) \times P(R \cap A)}{P(A) \times P(R \cap A)}$$

$$P(A \cap R) = \frac{P(A) \times P(R \cap A)}{P(A) \times P(R \cap A) + P(B) \times P(R \cap B)}$$

$$= \frac{1/6 \times 5/6 + 2/6 \times 3/6}{1/6 \times 5/6 + 2/6 \times 3/6}$$

Serie TD n° = 1

exercice 01 :

A = « le jeton tiré est blanc »

B = « " " " est noire »

C = « " " " est jaune »

D = « " " " est rouge »

$$P(A) = \frac{8}{61} = 0,13 \quad \cancel{P(A)}$$

$$P(B) = \frac{12}{61} = 0,2$$

$$P(C) = \frac{18}{61} = 0,3$$

$$P(D) = \frac{23}{61} = 0,38$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \approx 0,33$$

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) \approx 0,63$$

$$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(D) = 1 - 0,38 \approx 0,62$$

exercice 02:

Soient des événements:

$A_1 = \ll \text{le 1}^\circ \text{ elev est un garçon} \gg$

$A_2 = \ll \text{le 2}^\circ \text{ elev est un garçon} \gg$

$B_1 = \ll \text{le 1}^\circ \text{ eleve est une fille} \gg$

$B_2 = \ll \text{le 2}^\circ \text{ eleve est une fille} \gg$

1/-

$$P(A_1 \cap A_2) = ?$$

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) P(A_2 | A_1)$$

$$= \frac{14}{26} \times \frac{13}{25} = 0,28$$

2^eeme mtd:

$A = \ll \text{evenement} \ll \text{eleve 2 garçons} \gg$

$$P(A) = \frac{C_{14}^2}{C_{26}^2} = \frac{91}{325} = 0,28$$

2/-

$$P(B_1 \cap B_2) = ?$$

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \times P(B_2 | B_1)$$

$$= \frac{12}{26} \times \frac{11}{25} = 0,2$$

2^eeme mtd:

$$P(B) = \frac{C_{12}^2}{C_{26}^2} = \frac{66}{325} = 0,2$$

$$3/- \quad P(B_1 \cap A_1) = \frac{C_4^1 \times C_{12}^1}{C_{26}^2} = \frac{14 \times 12}{325} \approx 0,51$$

Indépendance:

Soient A et B deux événements on dit que A et B sont indépendants si

$$P(A \cap B) = P(A) P(B)$$

et on note:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) P(B)}{P(B)} = P(A)$$

exercice 03 =

$$1 - P(A) = \frac{C_6^3}{C_{18}^3} = \frac{20}{816} = 0,024$$

$$2 - P(B) = \frac{C_8^3}{C_{18}^3} = \frac{56}{816} \approx 0,068$$

$$3 - P(C) = \frac{C_6^2 \times C_4^1}{C_{18}^3} \approx \frac{60}{816} = 0,074$$

$$4 - P(D) = \frac{C_6^1 \cdot C_4^1 \cdot C_8^1}{C_{18}^3} = \frac{6 \times 4 \times 8}{816} = 0,23$$

$$5 - P(E) = \frac{C_4^1 C_{14}^2 + C_4^2 \cdot C_{14}^1 + C_4^3}{C_{18}^3}$$

$$P(E) = \frac{452}{816} = 0,55.$$

$$6 - P(F) = \frac{1}{3!} P(D).$$

$$P(F) = \frac{1}{6} \times \frac{192}{816} \approx 0,04.$$

$$A_n^k = \frac{1}{k!} \times C_n^k$$

$$A_n^k = \frac{n!}{n-k}$$

$$A_n^n = n!$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{1}{k!} \times A_n^k$$

exercice 04:

B = événement : « Un individu a les yeux bruns »

C = 1 : « Un individu a les cheveux blancs »

$B \cap C$: « individus ont les yeux bruns et les cheveux blancs »

$$1 - P(C/B) = \frac{P(B \cap C)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,4} = 0,37$$

$$2 - P(B/C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{0,15}{0,25} = 0,6$$

$$3 - P(\bar{B}/C) = 1 - P(B/C) = 1 - 0,6 = 0,4$$

exercice 05:

Soit les événements.

A « l'arme A est choisie »

B « l'arme B est choisie »

R « la boule est rouge »

N « la boule est noire »

V « la boule est verte »

1/-

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A) \times P(R/A) + P(B) \times P(R/B) \\ &= \frac{4}{6} \times \frac{\binom{1}{5}}{\binom{1}{6}} + \frac{2}{6} \times \frac{\binom{1}{3}}{\binom{1}{8}} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(N) &= P(A) \times P(N/A) + P(B) \times P(N/B) \\
 &= \frac{4}{6} \times \frac{C_3^1}{C_{16}^1} + \frac{2}{6} \times \frac{C_7^1}{C_8^1} \\
 &= \frac{4}{6} \times \frac{3}{16} + \frac{2}{6} \times \frac{5}{8} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(V) &= P(A) \times P(V/A) + P(B) \times P(V/B) \\
 &= \frac{4}{6} \times \frac{8}{16} + \frac{2}{6} \times \frac{0}{8} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

2^e - Si s'est une boule rouge. qui a été tirée. quelle est la probabilité pour qu'elle provienne de l'urne A.

$$\begin{aligned}
 P(R/A) &= \frac{P(R) \times P(A/R)}{P(A/R) \times P(R) + P(R/B) \times P(B)} \\
 &= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{4}{6}}{\frac{5}{16} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{8} \times \frac{2}{6}}
 \end{aligned}$$