

Série 1 théorie des graphes

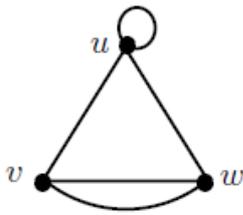
Exercice 1.

Dessinez le graphe $G = (V, E)$ dont les sommets sont a, b, c et d et les arêtes ab, ac, ad et bd et répondez aux questions suivantes :

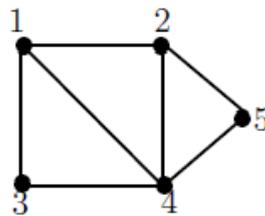
- Quel est l'ordre du graphe ?
- Quels sont les sommets adjacents à d ?
- Combien y-a-t-il d'arêtes adjacentes à ac ?
- Quel est le degré de d ?
- Combien y-a-t-il de sommets de degré impair ? conclure

Exercice 2

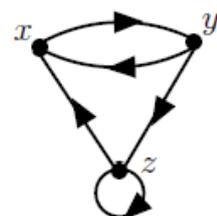
1. Représenter le graphe G dans chacun des cas suivants et donner leurs représentations matricielles (matrice d'adjacence et matrice d'incidence)
 - (a) $G = (X, E)$ avec $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $E = \{\{1, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{2, 4\}\}$.
 - (b) $G = (X, E)$ avec $X = \{a, b, c, d\}$ et toute paire de sommets distincts est une arête de G .
 - (c) $G = (X, U)$ avec $X = \{x, y, z, t\}$ et $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ où $u_1 = (x, y)$, $u_2 = (y, t)$, $u_3 = (t, y)$, $u_4 = (z, y)$ et $u_5 = (x, t)$.
 - (d) $G = (X, E)$ avec $X = \{2, 3, 5\}$ et $E = \{e_1, e_2\}$ où $e_1 = \{2, 3\}$ et $e_2 = \{3, 5\}$.
 - (e) Les sommets du graphe sont tous les sous ensembles à deux éléments de $\{1, 2, 3, 4\}$. Deux sommets sont reliés si leur intersection est non vide.
2. (a) Dire si les graphes suivants sont simples ou non.



(a) G_1



(b) G_2



(c) G_3

- (b) Donner les degrés suivants : $d_{G_1}(w)$, $d_{G_1}(u)$, $d_{G_3}^+(z)$ et $d_{G_3}^-(y)$.

Exercice 3. Construire un graphe orienté dont les sommets sont les entiers compris entre 1 et 8 et dont les arcs représentent la relation « être diviseur de ».

Exercice 4

On considère le graphe $G = (X, E)$ suivant :

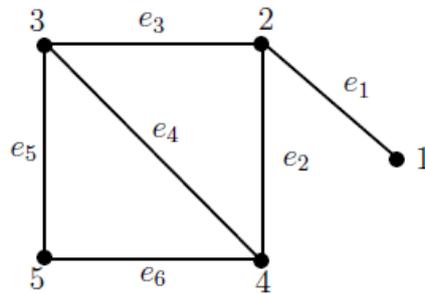


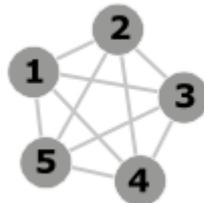
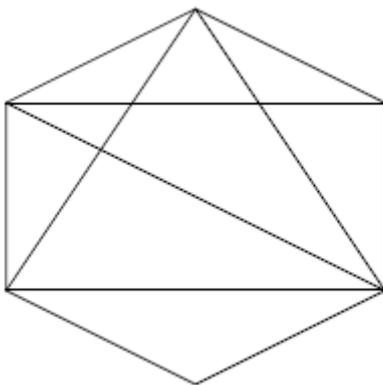
FIGURE 2 – Graphe G

1. Donner trois sous graphes de G .
2. Donner trois graphes partiels de G .
3. Déterminer les sous graphes engendrés respectivement par les ensembles :

$$X' = \{2, 4, 3\}, X'' = \{1, 4, 5\}$$

Exercice 5

Parmi ces graphes , lesquels sont planaires, justifier.



Exercice 6

1. Donnez les représentations par matrice d'adjacence et incidence des graphes suivantst :

